

**TỔNG QUAN ĐỀ THI**

| Bài | Tên bài           | Tệp chương trình | Tệp dữ liệu | Tệp kết quả | Bộ nhớ | Thời gian / test | Điểm |
|-----|-------------------|------------------|-------------|-------------|--------|------------------|------|
| 1   | Phân số           | frac.*           | frac.inp    | frac.out    | 1024MB | 1 giây           | 6    |
| 2   | Xâu nhị phân      | bina.*           | bina.inp    | bina.out    | 1024MB | 1 giây           | 6    |
| 3   | Bộ ba tối thiểu   | trip.*           | trip.inp    | trip.out    | 1024MB | 1 giây           | 5    |
| 4   | Món quà dễ thương | gift.*           | gift.inp    | gift.out    | 1024MB | 1 giây           | 3    |

Dấu \* được thay thế bởi pas hoặc cpp hoặc py của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++ hoặc Python.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

**Bài 1. Phân số (6 điểm)**

Hôm nay trong giờ học môn toán, An được học về phân số và bài tập cô giáo giao về nhà như sau:

Cho 4 số nguyên dương  $a, b, c$  và  $d$ , ta gọi **phân số** của chúng là tổng sau:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$$

Yêu cầu sắp xếp 4 số đã cho theo thứ tự sao cho **phân số** của chúng càng nhỏ càng tốt.

Bạn hãy giúp An làm bài tập trên.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản `frac.inp` gồm một dòng chứa 4 số nguyên  $a, b, c$  và  $d$  ( $1 \leq a, b, c, d \leq 10^9$ ).

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản `frac.out` 4 số là sắp xếp của các số ban đầu sao cho **phân số** của chúng càng nhỏ càng tốt. Nếu có một số cách thích hợp để sắp xếp lại các số, hãy in bất kỳ cách nào trong số chúng.

**Ví dụ:**

| <code>frac.inp</code> | <code>frac.out</code> |
|-----------------------|-----------------------|
| 1 2 3 4               | 1 3 2 4               |
| 5 5 5 5               | 5 5 5 5               |

Trong ví dụ đầu tiên, ta có 2 cách sắp xếp lại các số là 1, 3, 2, 4 và 2, 4, 1, 3 đều cho phân số có giá trị nhỏ nhất là:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

Vì vậy câu trả lời là "1 3 2 4" hoặc "2 4 1 3".

Trong ví dụ thứ hai, tất cả các số đều bằng nhau nên trong mọi cách sắp xếp, phân số luôn có giá trị là:

$$\frac{5}{5} + \frac{5}{5} = 2$$

Vì vậy câu trả lời là "5 5 5 5".

**Bài 2. Xâu nhị phân (6 điểm)**

An rất thích chơi với xâu nhị phân (xâu nhị phân là xâu chứa các bit 0 và 1). Hôm nay An có một xâu nhị phân  $s$  độ dài  $n$ . Trước khi bắt đầu chơi với nó, anh ấy muốn đảm bảo rằng xâu đó không chứa quá  $k$  bit

liên tiếp giống nhau. Để đạt được điều đó, loại thao tác duy nhất anh ta được phép thực hiện là lật bất kỳ bit nào của xâu (bit 0 lật thành 1 và bit 1 lật thành bit 0).

Vì sắp đến giờ vào lớp nên An muốn nhờ bạn tìm số thao tác tối thiểu mà anh ấy cần. Ngoài ra, An cũng muốn bạn đưa ra một trong các xâu có được sau khi sửa đổi.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản `bina.inp`. Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên  $n$  và  $k$  ( $1 \leq k \leq n \leq 10^5$ ). Dòng thứ hai chứa xâu nhị phân  $s$  độ dài  $n$ .

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản `bina.out`. Dòng đầu tiên in ra một số nguyên là số thao tác tối thiểu mà An cần. Dòng thứ hai in ra một trong các xâu có được sau khi sửa đổi.

**Ví dụ:**

| <code>bina.inp</code> | <code>bina.out</code> |
|-----------------------|-----------------------|
| 2 1<br>11             | 1<br>10               |
| 2 2<br>11             | 0<br>11               |
| 4 1<br>1001           | 2<br>1010             |

Trong ví dụ đầu tiên, bit 1 xuất hiện hai lần liên tiếp nên chúng ta có thể sửa đổi xâu 11 thành 10 bằng một thao tác lật bit thứ hai. Chú ý rằng bạn có thể đưa ra xâu sửa đổi là 01 bằng một thao tác lật bit thứ nhất.

Trong ví dụ thứ hai, bạn không cần sửa đổi xâu vì xâu không có nhiều hơn 2 bit liên tiếp giống nhau.

Trong ví dụ thứ ba, bit 0 xuất hiện hai lần liên tiếp nên chúng ta có thể sửa đổi xâu 1001 thành 1010 bằng hai thao tác lật bit thứ ba và thứ tư.

**Ràng buộc:**

- Có 20% số test ứng với 20% số điểm thoả mãn: Tất cả các bit của xâu  $s$  đều là 0 hoặc đều là 1;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm thoả mãn:  $k = 1$ ;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm thoả mãn:  $n \leq 20$ ;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm thoả mãn:  $n \leq 10^3$ ;
- 20% số test còn lại ứng với 20% số điểm: Không có thêm ràng buộc nào.

**Chấm điểm:** Nếu kết quả chỉ đúng dòng thứ nhất hoặc dòng thứ hai thì chương trình sẽ được 50% số điểm của test đó.

### Bài 3. Bộ ba tối thiểu (5 điểm)

Cho một mảng  $a$  gồm  $n$  phần tử  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .

**Mảng bộ ba** được định nghĩa gồm các  $\min(a_i, a_j, a_k)$  với tất cả các bộ ba  $(i, j, k)$  thoả mãn  $1 \leq i < j < k \leq n$ , trong đó  $\min(a_i, a_j, a_k)$  là giá trị nhỏ nhất của 3 phần tử  $a_i, a_j, a_k$ .

Bạn được cho  $q$  truy vấn thuộc loại sau: “Cho số nguyên  $k$ , trả lại phần tử nhỏ thứ  $k$  trong mảng bộ ba”.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản `trip.inp`. Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên  $n$  và  $q$  ( $3 \leq n \leq 3 \times 10^5$ ;  $1 \leq q \leq 3 \times 10^5$ ) tương ứng là số phần tử mảng  $a$  và số truy vấn. Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $-10^9 \leq a_i \leq 10^9$ ). Mỗi dòng trong  $q$  dòng tiếp theo chứa một số nguyên  $k$  ( $1 \leq k \leq \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ ) mô tả một truy vấn.

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản `trip.out`. Với mỗi truy vấn, in ra trên một dòng phần tử nhỏ thứ  $k$  trong mảng bộ ba.

**Ví dụ:**

| trip.inp | trip.out |
|----------|----------|
| 4 4      | 1        |
| 2 4 2 1  | 1        |
| 1        | 1        |
| 2        | 2        |
| 3        |          |
| 4        |          |

Trong ví dụ trên, các phần tử của mảng bộ ba là  $\min(1, 2, 3) = 1$ ,  $\min(1, 2, 4) = 1$ ,  $\min(1, 3, 4) = 1$ ,  $\min(2, 3, 4) = 2$  và sắp xếp tăng dần là 1, 1, 1, 2. Vì vậy phần tử nhỏ thứ 1, 2, 3, 4 lần lượt là 1, 1, 1, 2.

#### Ràng buộc:

- Có 40% số test ứng với 40% số điểm thoả mãn:  $3 \leq n \leq 10^2$ ;
- 40% số test khác ứng với 40% số điểm thoả mãn:  $3 \leq n \leq 10^3$  và  $1 \leq q \leq 10^4$ ;
- 20% số test còn lại ứng với 20% số điểm: Không có thêm ràng buộc nào.

#### Bài 4. Món quà dễ thương (3 điểm)

An muốn tặng một món quà cho Chi nhân ngày Quốc tế Phụ nữ. An có một dãy số  $a_1, a_2, \dots, a_n$  để dùng cho dịp này và anh ấy quyết định cắt dãy của mình thành hai phần và đưa cho cô ấy một phần. Cụ thể, An muốn chọn một số nguyên  $l$  ( $1 \leq l < n$ ) và tách dãy thành hai phần, phần đầu là dãy tiền tố độ dài  $l$ :  $a_1, a_2, \dots, a_l$  và phần sau là dãy hậu tố độ dài  $n - l$ :  $a_{l+1}, a_{l+2}, \dots, a_n$ .

An muốn món quà của mình thật dễ thương. Anh ấy nghĩ rằng món quà sẽ rất dễ thương nếu tích của các phần tử trong phần của Chi nguyên tố cùng nhau với tích của các phần tử trong phần của anh ấy, tức là ước chung lớn nhất của hai tích  $a_1 \times a_2 \times \dots \times a_l$  và  $a_{l+1} \times a_{l+2} \times \dots \times a_n$  bằng 1.

Bạn hãy giúp An tìm ra vị trí nhỏ nhất để cắt dãy, tức là tìm giá trị  $l$  nhỏ nhất sao cho món quà của An sẽ dễ thương.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản `gift.inp`. Dòng đầu tiên chứa số nguyên  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^5$ ) là số phần tử của dãy số. Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $2 \leq a_i \leq 10^5$ ) là các phần tử của dãy số. Dữ liệu vào đảm bảo luôn tồn tại cách cắt dãy.

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản `gift.out` một dòng chứa số nguyên  $l$  là vị trí mà An sẽ cắt dãy.

#### Ví dụ:

| gift.inp | gift.out |
|----------|----------|
| 4        | 3        |
| 2 3 4 5  |          |

Trong ví dụ trên, An sẽ cắt dãy tại vị trí  $l = 3$  và tách dãy thành hai phần 2, 3, 4 và 5. Tích các phần tử của phần thứ nhất và phần thứ hai lần lượt là  $2 \times 3 \times 4 = 24$  và 5. Hơn nữa hai tích này là hai số nguyên tố cùng nhau.

#### Ràng buộc:

- Có 25% số test ứng với 25% số điểm thoả mãn:  $2 \leq n \leq 10$  và  $2 \leq a_i \leq 10$ ;
- 25% số test khác ứng với 25% số điểm thoả mãn:  $2 \leq n \leq 100$ ;
- 25% số test khác ứng với 25% số điểm thoả mãn:  $2 \leq n \leq 1000$ ;
- 25% số test còn lại ứng với 25% số điểm: Không có thêm ràng buộc nào.

-----Hết-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....